

# Totalreflexion

Oberflächenwelle

Ein  $E$ -Feld rächt in dem Raum  $u_0$

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{u'}{u} \Rightarrow \sin \alpha'_{\text{krit}} = \frac{u'}{u}$$

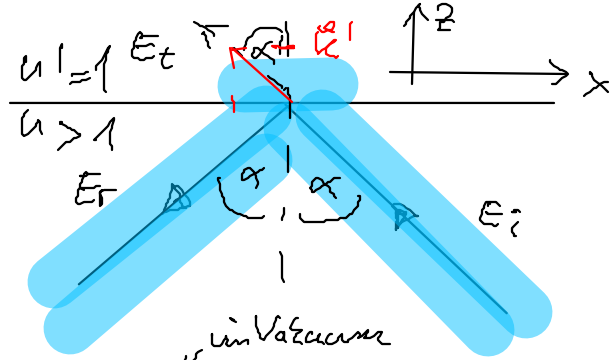
**Ansatz**  $E_z = E_0(z) e^{i k_x x} e^{i k_z z}$  mit  $k = |k| = n k_0 = u \frac{2\pi}{\lambda_0}$

$E_t = E_t(t) e^{i k_x x}$  mit  $u' = \frac{2\pi}{\lambda_0}$

$$k \vec{r} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = k_x' x + k_y' y + k_z' z$$

$= 0$

$$= k' x \sin \alpha' + k' z \cos \alpha'$$



$$k_x' = k' \sin \alpha'$$

$$k_z' = k' \cos \alpha'$$

• Totalreflexion:  $\sin \alpha' = u \sin \alpha > 1 \Rightarrow \alpha'$  ist imaginär

$$\cos \alpha' = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha'} = i \sqrt{\sin^2 \alpha' - 1} = i \sqrt{u^2 \sin^2 \alpha - 1}$$

$$k_z' = k' \times u \sin \alpha + i k' z \sqrt{u^2 \sin^2 \alpha - 1}$$

$$\Rightarrow E_z = E_0 \exp[i k_x' x \sin \alpha] \exp[-k' z \sqrt{u^2 \sin^2 \alpha - 1}]$$

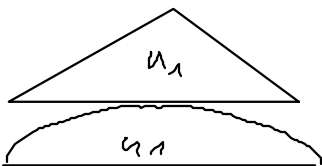
propagierende Welle in x-Richtung entlang der Oberflächfläche  $E^0$  mit  $z > 0$   
 $z \rightarrow \infty \Rightarrow E \rightarrow \exp[-k' \dots]$  kleines

•  $E_t$  existiert nur bei Einstrahlung von Licht

$E_t$  rächt man nicht

$\Rightarrow$  experimentell ist  $E_t$  nachweisbar

• lege Prisma auf Linsenoberfläche ( $f = 1 \text{ cm}$ )



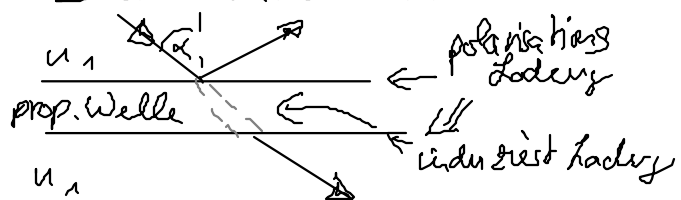
$\Rightarrow$  fokussierte Totalreflexion = Aufhebung der Totalrefl.

Oberflächenladung wird induziert im Spalt

$\Rightarrow$  exponentielles Zusammenlagern  $I$  und Abstand



Spalt



≙ optischer Tunnel effekt

- Strahlversatz in Abhängigkeit der Breite des einfallenden Strahls (Goos-Hänchen-Shift)

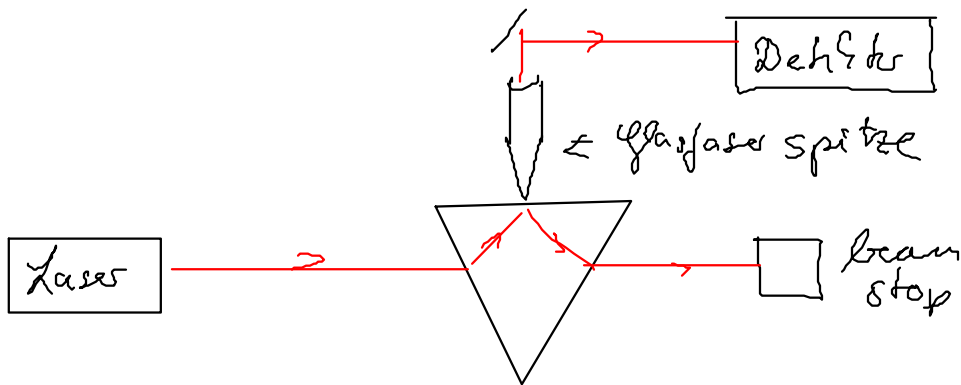
## TIRF Mikroskopie

Total Internal Reflection Fluorescence

- Membran der Zelle beobachtbar  
Beleuchtung mit Totalreflexion  
mit evaneszenten Feld wird Zellmembran beleuchtet  
⇒ sehr guter Kontrast (bei zu großer Eindringtiefe ⇒ schlechter Kontrast)  
gut für schwache Fluoreszenz

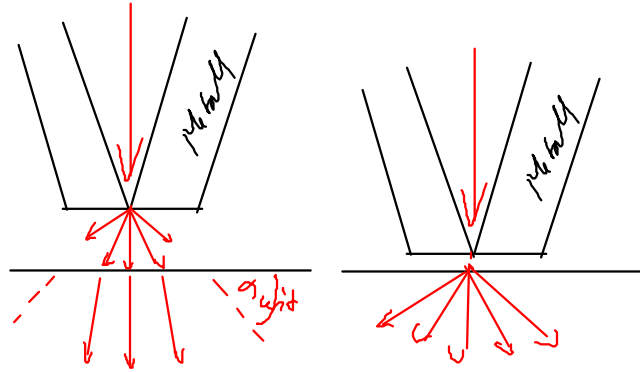
## PSTM Photon Scanning Tunneling Microscopy

= STM Scanning Tunneling Optical Microscopy



- Totalreflexion ⇒ mess evaneszenten Feld
- Metallmantel um spitze  
anderer Winkel (collection mode)
- durch spitze mit Metallmantel beleuchten  
⇒ Totalreflexion
- polarisation von licht mit windungen in Lichtleiter
- Abstandsabhängigkeit spitze ↔ Probe zur Intensität  
⇒ optischer Resonator an Oberfläch

⇒ stehende Welle



## Metallische Oberflächen

evaneszente Wellen an Oberfläche ohne externe Energie

⇒ resonante Wellen

## Optik an Metallen

⇒ komplexe  $n = n' + i n''$

$$E(x) = E_0 \exp[i(\omega x - \omega t)]$$

$$= E_0 \exp[i\omega t] \exp[i n' k_0 x] \underbrace{\exp[-n'' k_0 x]}_{\text{Dämpfung der Amplitude}}$$

$$k_0 = \frac{\omega}{c_0} \text{ (Dispersion Vakuum)}$$

$$i k = n k_0$$

$$\Rightarrow I(x) \propto E(x)^2 = E_0^2 e^{-\alpha x}$$

$\alpha = 2 n'' k_0$  Absorptionskoeffizient  $\alpha$  ist messbar

bzw. Extinktionkoeffizient

$$\text{allgemein: } n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)}$$

$$\epsilon = \epsilon' + i \epsilon'' = (n' + i n'')^2$$

$$= n'^2 - n''^2 + i 2 n' n''$$

$$\Rightarrow n' = \sqrt{\frac{\epsilon' + \sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2}}{2}}$$

$$n'' = \sqrt{\frac{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} - \epsilon'}{2}}$$

## Plasmonen

elektr. geladene Teilchen im Festkörper z.B. freie Elektronen

• Modell des freien Elektronengases

$$m \ddot{x} = -e E \quad \text{Auslenkung des Elektrons}$$

**Ausatz**  $x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$        $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$

$-\omega^2 m x = -e E$

$x(t) = e \frac{E(t)}{m \omega^2}$   $\Rightarrow$  Plasmaschreibung

Frequenz der eingestrahelten Welle  $\omega$   
 Anzahldichte Elektronen pro Rauminhalt  $f$   
 Ladungsdichte  $\rho = f \cdot e$

$p = -e x(t)$

• Polarisation  $P = f e x = - \frac{f e^2}{m \omega^2} E$        $P = \epsilon_0 \chi(\omega) E$

$\omega_p = \sqrt{\frac{f e^2}{\epsilon_0 m}}$

$\epsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

• Wo kann Licht propagieren, wo nicht im Festkörper

$\epsilon(\omega) > 0$       Welle kann eindringen

$\epsilon(\omega) < 0$       Dämpfung  $\Rightarrow$  Welle kann nicht eindringen

**Dispersionsrelation im Plasma**

allgemein:  $\omega = \frac{c}{n} k$        $n^2 \omega^2 = c^2 k^2$

$\Rightarrow \epsilon(\omega) \omega^2 = c^2 k^2$

$\omega = \sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}$

$\Rightarrow$  verbotene Frequenzbereiche bei Metallen

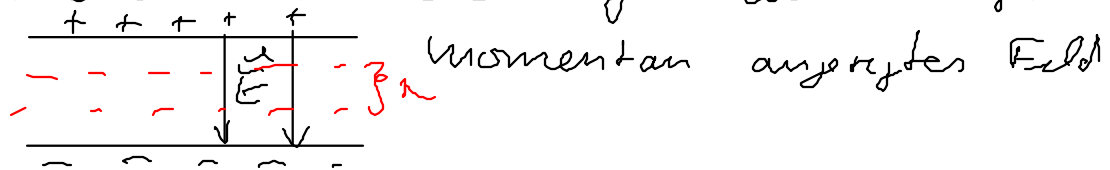
z.B. Aluminiumdick unter 300 nm transparent

**Volumen Plasmonen**

• nur longitudinale Wellen können angeregt werden

$\Rightarrow$  keine Reichstellkraft

• konstruiert Reichstellkraft mit Oberflächen



Bei Resonanz  $\Rightarrow$  ausgegliches Feld  $\vec{D} = 0$

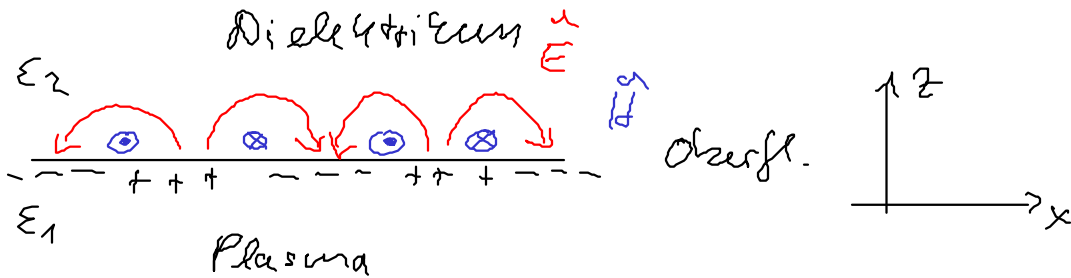
$$\Rightarrow D = P + \epsilon_0 E = \epsilon(\omega) E = 0$$

$$\boxed{\epsilon(\omega) \stackrel{!}{=} 0} \quad \text{bei } \omega = \omega_p = \omega_{\text{res}}$$

## Oberflächenplasmonen

Schwingungen der Plasmas an der Oberfläche

• Bedingungen:



Maxwell-Gleichungen müssen erfüllt sein

• Stützgleichbedingungen bei  $z=0$ :

$$E_x = E_{x_1} = E_{x_2} \quad \text{und} \quad H_y = H_{y_1} = H_{y_2} \Rightarrow k_x = k_{x_1} = k_{x_2}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y = \epsilon_0 \epsilon E_x$$

$$z > 0 : -i k_{z2} H_y = -i \omega \epsilon_2 \epsilon_0 E_x$$

$$z < 0 : i k_{z1} H_y = -i \omega \epsilon_1 \epsilon_0 E_x$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{k_{z2}}{k_{z1}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

•  $k^2 = \epsilon \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$  Dispersionsrelation des Lichts

$$z > 0 : k_x^2 + k_{z2}^2 = \epsilon_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \Rightarrow k_{z2}^2 = \epsilon_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2$$

$$z < 0 : k_x^2 + k_{z1}^2 = \epsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \Rightarrow k_{z1}^2 = \epsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2$$

$$\boxed{\frac{k_{z2}^2}{k_{z1}^2} = \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2 = \frac{\epsilon_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}{\epsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}}$$

$$\boxed{k_x = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \left(\frac{\omega}{c}\right)}$$

Dispersionsrelation für surf. Plasmonen